



Beregning av måleusikkerhet i tanker

Måletankforskriften sier at «[u]sikkerheten i bestemmelsen av måletankens innhold under bruk skal, uttrykt i volum, maksimalt tilsvare 0,5 prosent av tankens kapasitet». Dette tallet skal være gitt med ca. 95 % deknings sannsynlighet (som tilsvarer en dekningsfaktor $k=2$).

På tankkalibreringsbeviset skal det være oppgitt en usikkerhet ved kalibreringen. For mindre kritiske anlegg kan det være tilstrekkelig å se på usikkerheten som er oppgitt på kalibreringsbevisene for hhv. tanken og peileutstyret, men Justervesenet *kan* kreve at det er gjort beregninger for å dokumentere utvidet kombinert usikkerhet.

I denne veiledningen er det beskrevet hvordan man går frem for å gjøre slike beregninger på måletanker. Den følger metodikken beskrevet i «Guide to the expression of uncertainty in measurement» (GUM) fra BIPM, som er referanseverket for beregning av kombinert usikkerhet innen måleteknikkfaget. European co-operation for Accreditation har laget en forenklet utgave av denne guiden (EA-4/02), som også finnes i norsk versjon (NA-52).

Beregning av utvidet kombinert usikkerhet

Når et måleresultat Y er en funksjon av flere uavhengige inngangsvariabler $X_1 - X_N$,

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

kan kombinert standard usikkerhet uttrykkes ved ligningen

$$u_c^2(Y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)$$

der f er funksjonen og $u(x_i)$ er standard usikkerhet for de enkelte parameterne. $(\partial f / \partial x_i)$ er den partiellderiverte for hver enkelt av disse parameterne. Denne ligningen er også kjent som Gauss' feilforplantningslov.

I det enkleste tilfellet kan man anta at det kun er knyttet usikkerhet til avlesning av væsknivået og kalibreringen av tanken. Bestemmelsen av volum kan da settes opp i følgende ligning

$$V = V_{\text{Tabell}}(h) + \Delta V_{\text{Tankkalibrering}}$$

Her er V det beregnede volumet og $V_{\text{Tabell}}(h)$ er avlest volum fra tanktabellen, som er en funksjon av høyden h . $\Delta V_{\text{Tankkalibrering}}$ er korrigeringer pga. tankkalibreringen. Tallverdien på denne er 0, men det er knyttet usikkerhet til den som vil bli brukt i beregningen av utvidet måleusikkerhet.

I funksjonen for V kan det enkelt vises at den partiellderiverte for hvert av leddene er +1. Ligningen for kombinert standard usikkerhet blir dermed

$$u^2(V) = u^2(V_{\text{Tabell}}(h)) + u^2(\Delta V_{\text{Tankkalibrering}})$$

Når man skal sette inn tall i denne ligningen, er det viktig å huske at alle leddene skal ha samme benevnelse. Siden det er snakk om usikkerhet i et volummål, er det naturlig å bruke liter eller m^3 .

Usikkerhet i avlest volum fra tanktabellen er en funksjon av målt høyde. For å finne et tall på dette, finn først usikkerheten i avlesningen av væsknivået (høyden). Bruk deretter tanktabellen for å finne

hvor mye en slik usikkerhet vil utgjøre i liter eller m³. Dette tallet kan variere en del avhengig av hvor i tanken avlesningen skal skje, i så fall må man bestemme om man ønsker å bruke tallene for «worst case» (nivået med maksimal endring pr. mm nivåforskjell), et gjennomsnittstall, eller tall i områder hvor de fleste utmålinger skjer.

Usikkerhet knyttet til tankkalibreringen er normalt tallfestet i kalibreringsbeviset, oppgitt enten i prosent eller en volumenhet. Merk at denne skal være oppgitt som en *utvidet måleusikkerhet med k=2*, det vil si at usikkerhetsmålet som er oppgitt bør deles på denne korrigeringsfaktoren før den settes inn i formelen.

Eksempel: I en 100 m³ oljetank måles væsknivået med et dipmålebånd som er inndelt i 1 mm. Grenseflaten for våt og tørr side på målebåndet er imidlertid litt flytende, og gjennom repeterende målinger med ulike operatører har man funnet ut at avlesningen varierer med et standardavvik på 5 mm. Fra tanktabellen kan man se at 5 mm høydeforskjell utgjør 60 liter på de fleste nivåene i tanken. I kalibreringsbeviset er det oppgitt en utvidet måleusikkerhet k=2 på 0,30 %.

Usikkerhet i avlest volum fra tanktabellen er med disse tallene 60 liter. Usikkerheten knyttet til tankkalibreringen er, uten korrigeringsfaktor, 0,15 %, som for 100 m³ betyr 150 liter. Ved å sette inn i formelen over, får man dermed

$$u^2(V) = 60^2 + 150^2 = 26100$$

Ved å trekke kvadratroten av dette svaret, får man en kombinert standard usikkerhet $u = 161$ liter. Med en dekningsfaktor k=2 får man en utvidet kombinert usikkerhet på 320 liter, eller 0,32 % av tankens totalvolum; i dette tilfellet er ikke dette vesentlig høyere enn usikkerheten fra tankoppmålingen alene.

Utfyllende kommentarer: I eksempelet har man tallfestet usikkerheten på nivåbestemmelsen ut fra data fra serie observasjoner. I GUM-terminologi kalles dette en Type A-evaluering. Usikkerheten er da lik standardavviket for denne serien. I dette tilfellet vil man sannsynligvis bruke annen type kunnskap, f.eks. sannsynlig variasjon i avlesningen. Dette kalles Type B-evaluering. Standard usikkerhet vil da være gitt ved ligningen

$$u(x_i) = \sqrt{\frac{a_+ - a_-}{12}}$$

der a_+ og a_- er hhv. høyeste og laveste sannsynlige avleste verdi. Tallene som blir brukt vil bli noe forskjellige, men ligningene er de samme. For detaljer, se GUM eller NA-52.

Usikkerhetsberegninger med flere feilbidrag

I eksempelet over har vi tatt utgangspunkt i at usikkerhet i utmålt volum er avhengig kun av usikkerhet i nivåmålingen og den usikkerheten som skyldes tankkalibreringen. Ofte er dette en tilstrekkelig tilnærming, men i mange tilfeller kan være mangelfullt fordi man også må ta hensyn til andre feilbidrag som f.eks. volumutvidelser som følge av temperaturendringer både på selve tanken og på innholdet. I et slikt tilfelle vil funksjonen se slik ut:

$$V = V_{\text{Tabell}}(h) + \Delta V_{\text{Tankkalibrering}} - \Delta V_{\text{Tank}}(T) + \Delta V_{\text{Væske}}(T)$$

Tilsvarende vil da ligningen for kombinert standard usikkerhet bli utvidet med disse leddene. Det finnes en rekke andre parametere som kan påvirke volumbestemmelsen og/eller gi ekstra usikkerhet i avlesningen, men det kan være lurt å gjøre en kvantitativ vurdering av disse mulige bidragene først for å ikke gjøre beregningene for uoversiktlige.

Usikkerhetsberegninger for tanktabeller med høydekorrigerings

Enkelte tanktabeller er oppgitt med egne tabeller for korrigerings av væskehøyden basert på andre parametere, som f.eks. temperatur for korrigerings til standardtemperatur 15°C, samt trykk og væskens tetthet som kan gi deformering av tanken. På mobile tanker kan det også være aktuelt å måtte korrigeres avlest væskehøyde pga. tankens helning. I slike tilfeller bør man gjøre en vurdering på hva som er usikkerheten i parameterne som måles (dvs. temperatur, trykk, tetthet og helningsvinkel) og hvordan denne usikkerheten vil påvirke korrigeringsen av høyden.

Sett at en slik tanktabell har korrigerings for temperatur, trykk og tetthet i væsken. Ligningen for bestemmelse av høyde vil normalt være vist i kalibreringsbeviset, og kan se slik ut:

$$h = h_{\text{Avlest}} + \Delta h_{\text{Temperatur}} + \Delta h_{\text{Trykk}} + \Delta h_{\text{Tetthet}}$$

Her er h_{Avlest} tallet som er avlest fra høydemåleutstyret, mens Δh -leddene er korrigeringsstallene for hhv. temperatur, trykk og tetthet. Også her vil den partiellderiverte for hvert av leddene være +1, og vi får en kombinert usikkerhet som er gitt ved

$$u^2(h) = u^2(h_{\text{Avlest}}) + u^2(\Delta h_{\text{Temperatur}}) + u^2(\Delta h_{\text{Trykk}}) + u^2(\Delta h_{\text{Tetthet}})$$

Usikkerhet i avlest høyde vil være gitt av usikkerheten i måleredskapen eller prosedyrene (tilsvarende det første eksempelet). For de øvrige må man se på hva som er usikkerhet i henholdsvis trykk-, temperatur- og tetthetsmålingene, og deretter hvilket utslag denne usikkerheten vil gi på høydekorrigeringen for de enkelte. Også her må man bestemme seg om man vil gå for et «worst case», gjennomsnitt eller mest brukte verdier som skal settes inn for u -ene. Flere av disse ekstraraktorene vil sannsynligvis ikke gi noe signifikant bidrag til usikkerhet i høydeavlesningen, og kan settes til 0 i denne ligningen.

Løser man ligningen over, har man et tall for usikkerhet i avlest høyde, $u(h)$, som så kan brukes for å beregne usikkerhet i avlest volum fra tanktabellen i det første eksempelet.

Avsluttende kommentarer

Hensikten med å sette opp et usikkerhetsbudsjett er å få et estimat på usikkerheten i målingene som blir utført, og dermed et intervall som du med (minst) 95 % sikkerhet kan si at den korrekte verdien ligger innenfor. Ved en slik beregning må man hele veien måtte gjøre avrundinger og forenklinger.

Utgangspunktet for dette skrevet er å gi et verktøy for å forvise seg om at man fyller kravene i forskriften, men dette kan også brukes som et hjelpemiddel for å forbedre målingene. Når man har satt opp disse regnestykkene, kan man se hvilke bidrag de enkelte leddene gir til den utvidede usikkerheten, og da har man også et godt grunnlag for å vite hva man bør forbedre for gjøre målingene mer nøyaktige – og hvilke deler av målesystemet som er bra nok for sitt bruk.

Referanser

[Forskrift om krav til kalibrering av måletanker som brukes til beregning av økonomisk oppgjør](#) (FOR-2007-12-21-1748), tilgjengelig fra www.lovdataba.no

[Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement](#) (GUM), JCGM 100:2008, tilgjengelig fra www.bipm.org

[Evaluation of the Uncertainty of Measurement in Calibration](#) (EA-4/02), tilgjengelig fra <http://www.european-accreditation.org>

[Angivelse av måleusikkerhet ved kalibreringer](#) (NA-52), tilgjengelig fra www.akkreditert.no